

# ВЛИЯНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА КОЛЕБАНИЯ КОНТАКТНЫХ СЕРДЕЧНИКОВ ГЕРКОНОВ

---

*В.Е. Хроматов, к.т.н., Т.Н. Голубева  
111250, Россия, г. Москва, ул. Красноказарменная, 14  
Московский энергетический институт (Технический университет)*

*Исследуется влияние магнитного поля на колебания контактных сердечников (КС) герконов. Выведены соотношения для расчета собственных частот колебания при различных условиях закрепления КС, рассмотрено влияние поперечного магнитного поля.*

*Influence of the magnetic field on oscillations of the contact cores (CC) of reed switches is investigated. Relations to calculate self-resonant frequencies at different conditions of fixing CC are derived, effects of the transverse magnetic field are considered.*

При проектировании и расчетах элементов электрических аппаратов и, в частности, контактных сердечников герконов [1] на прочность, колебания и устойчивость необходимо учитывать влияние магнитных полей на их прочностные и жесткостные характеристики. Одними из первых работ, в которых были построены теоретические модели изгиба и колебаний упругих стержней в магнитном поле, являлись [2, 3]. В работе [2] рассмотрена задача о статической устойчивости стержня в поперечном однородном магнитном поле, и проведено сравнение полученных теоретических результатов с экспериментом. Результаты эксперимента оказались в хорошем соответствии с теоретической моделью, предложенной в [2]. Исследование колебаний стержней в поперечном магнитном поле и сравнение с результатами экспериментальных данных проведено в [3]. Здесь также установлено хорошее соответствие между теоретическими и экспериментальными значениями частот колебаний стержней в поперечном однородном магнитном поле. Проведенные исследования в [3] показывают, что поперечное магнитное поле понижает собственные частоты колебаний, оказывает эффект сжимающих усилий в стержне и при некоторых значениях внешнего магнитного поля происходит потеря устойчивости стержня – продольный изгиб стержня. Решение задачи о колебаниях стержня в магнитном поле удастся построить только для шарнирно-опертого стержня, у которого формы колебаний могут быть описаны синусоидальными функциями -  $\sin(\cdot)$ ; для других условий закрепления краев стержня теоретических решений нет, и для определения собственных частот колебаний стержней и пластин целесообразным является применение асимптотического метода В.В. Болотина (АМБ) [4].

Контактные сердечники герконов представляют собой стержни с постоянной или переменной жесткостью на изгиб, закрепленные одним краем в стеклянной оболочке [1]. За расчетную схему КС можно принять консольный стержень, выполненный из ферромагнитного материала.

Рассмотрим стержень-пластину длиной  $l$ , толщиной  $2h$ , срединная плоскость которой совпадает с плоскостью  $Ox_1x_2$ , а прогиб срединной плоскости в направлении  $x_3$  обозначается через  $w(x_1, t)$ . Стержень-пластина находится в постоянном поперечном магнитном поле, характеризуемым вектором индукции  $B_0$ , нормальным к оси  $Ox_1$  (рис. 1).

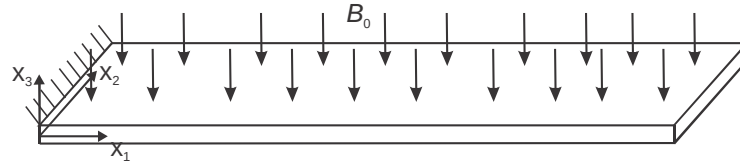


Рис. 1. Консольная пластина в поперечном магнитном поле

На основе предположений, изложенных в [2, 3], считаем, что влиянием токов проводимости можно пренебречь, магнитное поле в колеблющейся пластине в любой момент времени определяется магнитным полем неподвижной пластины. Уравнение колебаний стержня-пластины в поперечном магнитном поле имеет вид [3]:

$$D \frac{d^4 w}{dx^4} + b \frac{d^2 w}{dx^2} + 2\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

где  $D = 2Eh^3/3(1-\nu^2)$  – цилиндрическая жесткость,  $E$  – модуль упругости,  $\nu$  – коэффициент Пуассона,  $\rho$  – плотность материала пластины,  $\chi = (\mu_r - 1)$  – магнитная восприимчивость,  $\mu_r$  – относительная магнитная проницаемость материала пластины,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Н/А}^2$  – магнитная постоянная,  $k_1$  – волновое число,  $b$  – коэффициент, зависящий от индукции магнитного поля  $B_0$  и магнитных характеристик материала пластины [2, 3]:

$$b = \frac{2\chi h B_0^2}{\mu_0 (1 + \mu_r k_1 h)}. \quad (2)$$

Для случая шарнирно опертого по обоим краям стержня функция прогибов при гармонических колебаниях имеет вид [3, 4]:

$$w(x, t) = \sin(k_1 x) e^{i\omega t}, \quad (3)$$

где  $k_1 = n\pi/l$  – волновое число,  $\omega$  – частота колебаний стержня, которая после подстановки решения (3) в уравнение (1) может быть определена из соотношения:

$$\omega = \omega_0 \left( 1 - \frac{b}{Dk_1^2} \right)^{1/2}, \quad (4)$$

где  $\omega_0^2 = Dk_1^4 / 2\rho h$  – квадрат частоты колебаний стержня при отсутствии магнитного поля. Из соотношения (4) следует, что частота колебаний стержня в поперечном магнитном поле убывает с ростом величины индукции внешнего магнитного поля  $B_0$ . При некоторых значениях индукции внешнего магнитного поля частота колебаний обращается в ноль, и происходит потеря устойчивости стержня [3, 4]. Соответствующее критическое значение индукции  $B_{кр}$  для внешнего поперечного магнитного поля равно:

$$B_{кр} = \frac{Dk_1^2 \mu_0 (1 + \mu_r k_1 h)}{2\chi h}. \quad (5)$$

Для других случаев граничных условий закрепления краев стержня будем применять АМБ [4]. Согласно процедуре АМБ, решение для функции прогибов разделяется на решение для внутренней области стержня и решений типа динамических краевых эффектов. Волновые числа  $k_1$  определяются из условий стыковки решений во внутренней области стержня-пластины. Для случая консольного стержня, жестко защемленного с одного края

(рис. 1), который мы принимаем за расчетную схему КС, трансцендентное уравнение для определения волновых чисел  $k_1$  имеет вид:

$$kl = 2 \operatorname{arctg} \frac{k_1}{\sqrt{k_1^2 - b/D}} + n\pi, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (6)$$

В качестве примера рассмотрим КС геркона КЭМ-1 [1], предполагая, что он имеет постоянную площадь сечения, размеры  $l = 20$  мм,  $2h = 1$  мм и ширину по  $x_2$   $a_2 = 2,6$  мм. Трансцендентное уравнение (6) для определения волновых чисел  $k_1$  решалось с помощью математического пакета MATLAB 7. На рис. 2 представлены графики зависимости безразмерных частот  $\bar{\omega} = \omega / \omega_0$  от индукции внешнего поперечного магнитного поля  $B_0$ .

Кривая 1 соответствует первой (основной) частоте колебаний стержня ( $n = 1$ ). Кривые 2, 3 соответствуют второй ( $n = 2$ ) и третьей ( $n = 3$ ) частотам колебаний. При равенстве частоты колебаний  $\bar{\omega}$  нулю получим критические значения индукции поперечного внешнего магнитного поля (5). Для данного типа КС наименьшее значение соответствующей величины индукции магнитного поля, приводящей к потере статической устойчивости, равно  $B_{кр1} = 2,5$  Тл. Заметим, что значение частоты колебаний КС (кривая 1) быстро убывает с увеличением индукции  $B_0$ , а характер зависимости  $\bar{\omega}_1(B_0)$  представляет собой линейную функцию, что качественно совпадает с результатами экспериментальных исследований и теоретическими расчетами в [2, 3].

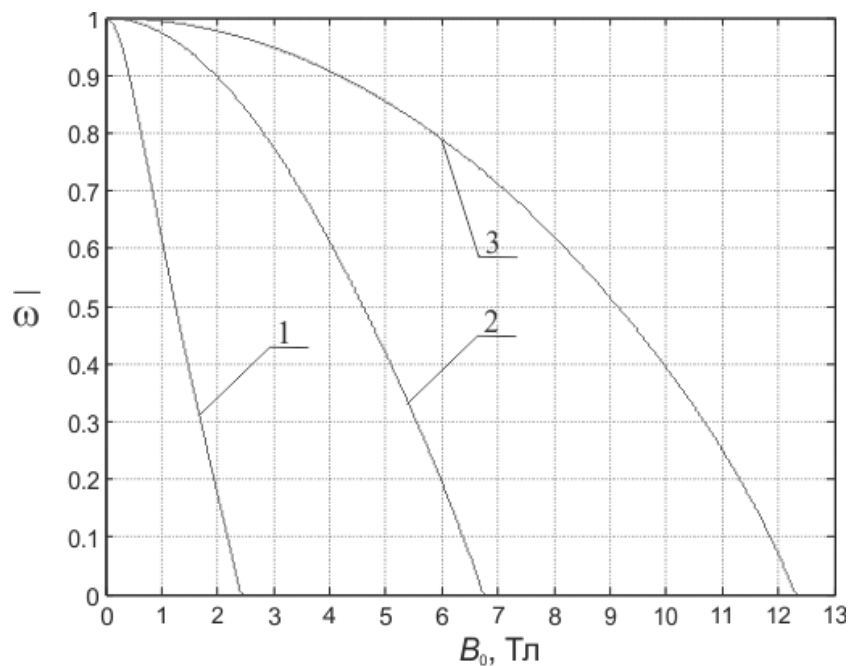


Рис. 2. График зависимости безразмерных частот консольного стержня-пластины от индукции поперечного магнитного поля

Рассмотрим колебания КС в виде прямоугольной пластины. На основе принятых предположений имеем следующее уравнение колебаний проводящей ферромагнитной пластины в поперечном магнитном поле [2]:

$$D\Delta\Delta w + b\Delta w = -2\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \quad (7)$$

где  $b$  определяется по формуле:

$$b = \frac{2\chi h B_0^2}{\mu_0 \mu_r} \left( 1 + \frac{\chi}{(1 + \mu_r kh)} \right) = 0, \quad (8)$$

где  $D = 2Eh^3/3(1-\nu^2)$  – цилиндрическая жесткость,  $E$  – модуль упругости,  $\nu$  – коэффициент Пуассона,  $\rho$  – плотность материала пластины,  $\chi = (\mu_r - 1)$  – магнитная восприимчивость,  $\mu_r$  – относительная магнитная проницаемость материала пластины,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Н/А}^2$  – магнитная постоянная,  $k^2 = (k_1^2 + k_2^2)$ ,  $k_1$  и  $k_2$  – волновые числа.

Выражение для собственной частоты колебаний пластины в зависимости от индукции поперечного магнитного поля имеет вид:

$$\omega_\partial = \omega_k \left( 1 - \frac{b}{D(k_1^2 + k_2^2)} \right)^{1/2}, \quad (9)$$

где величина  $\omega_k^2 = \frac{D(k_1^2 + k_2^2)^2}{2\rho h}$  является частотой колебания пластины при отсутствии магнитного поля.

Уравнение (9) показывает, что  $\omega_\partial = 0$ , когда

$$b = D(k_1^2 + k_2^2). \quad (10)$$

Отсюда получаем критическое значение индукции магнитного поля  $B_c$  для внешнего поперечного магнитного поля:

$$B_c = \frac{D(k_1^2 + k_2^2)\mu_0\mu_r}{2\chi h} \left( 1 + \frac{\chi(\chi + 2)}{\mu_r(\mu_r \text{sh}(kh) + \text{ch}(kh))} \frac{\text{sh}(kh)}{kh} - \frac{\chi \text{ch}(kh)}{\mu_r(\mu_r \text{sh}(kh) + \text{ch}(kh))} \right)^{-1}. \quad (11)$$

В выражении для собственной частоты колебаний пластины (9) волновые числа  $k_1$  и  $k_2$  определяются согласно процедуре АМБ [4] из условий стыковки решений, как решение трансцендентных уравнений. Для консольной, жестко заземленной с одного края, пластины уравнения имеют вид:

$$\begin{cases} k_1 a_1 = \arctg \frac{k_1}{r_1} + \arctg \frac{k_1(k_1^2 + (2-\nu)k_2^2)(r_1^2 - \nu k_2^2)}{r_1(r_1^2 - (2-\nu)k_2^2)(k_1^2 + \nu k_2^2)} + m_1 \pi \\ k_2 a_2 = 2 \arctg \frac{k_2(k_2^2 + (2-\nu)k_1^2)(r_2^2 - \nu k_1^2)}{r_2(r_2^2 - (2-\nu)k_1^2)(k_2^2 + \nu k_1^2)} + m_2 \pi \end{cases}, \quad (12)$$

$$\text{где } r_1 = \sqrt{k_1^2 + 2k_2^2 - \frac{2\chi h B_0^2}{\mu_0 \mu_r D} \left( 1 + \frac{\chi}{(1 + \mu_r kh)} \right)}, \quad r_2 = \sqrt{k_2^2 + 2k_1^2 - \frac{2\chi h B_0^2}{\mu_0 \mu_r D} \left( 1 + \frac{\chi}{(1 + \mu_r kh)} \right)}.$$

На рис. 3 представлен график зависимости частот  $\omega_{11}$ ,  $\omega_{21}$ ,  $\omega_{31}$  колебаний контактного сердечника, моделируемого пластиной с образованием полуволн в двух направлениях:  $x_1$  и  $x_2$ . При этом частоты были посчитаны по формуле (9), волновые числа  $k_1$  и  $k_2$  являются решениями системы трансцендентных уравнений (12). Трансцендентные уравнения решались с помощью математического пакета MATLAB 7. Происходит убывание частот колебаний КС при увеличении индукции магнитного поля.

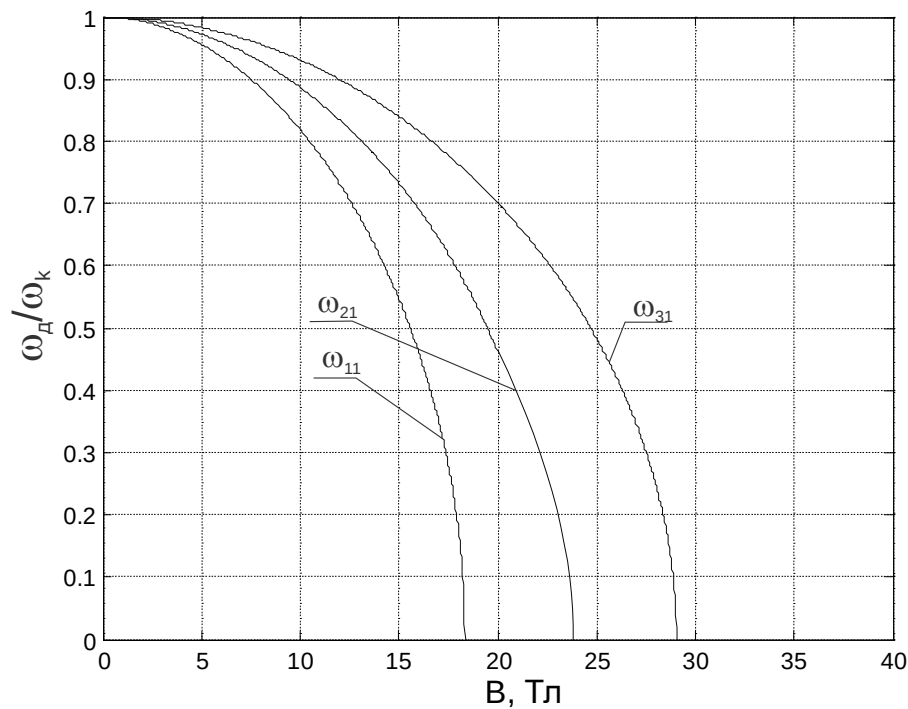


Рис. 3. График зависимости частот от индукции поперечного магнитного поля при колебаниях с образованием полуволн в двух направлениях

### Литература

1. Карабанов С.М. Магнитоуправляемые контакты (герконы) и изделия на их основе / С.М. Карабанов, Р.М. Майзельс, В.Н. Шоффа. Под ред. В.Н. Шоффы. – М.: Издательский дом «Интеллект». 2011. – 408 с.
2. Мун Ф.С., Пао И-Синь. Магнитоупругое выпучивание тонкой пластинки. – Прикл. механика, 1968, № 1, 1968. Изд. Мир. Тр. Американского общества инженеров-механиков. Сер. Е. ПМ. 1968. Т. 35. – С. 59-65.
3. Мун Ф.С., Пао И-Синь. Колебания и динамическая неустойчивость стержня-пластины в поперечном магнитном поле. – Прикл. механика, 1969, № 1. Тр. Американского общества инженеров-механиков. Сер. Е. ПМ. 1969. Т. 36. – С. 98-108.
4. Вибрации в технике. Справочник в 6-ти томах. Т.1. Колебания линейных систем / Под ред. В.В. Болотина. – М.: Машиностроение. 2-е изд. 1999. 506 с.